UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y C.C
Prof: Jorge Inostroza L - Coordinador.

CALCULO APLICADO
PRUEBA Nº 2

(Solución)

1.- a) $y = \frac{x^3}{1+x^2}; y'(x) \frac{x^4+3x^2}{(1+x^2)^2} > 0 \; \forall x \Rightarrow \; y(x) \; creciente \; \forall \; x$

b) $y'' = \frac{6x-2x^3}{(1+x^2)^3} \Rightarrow y'' > 0 \Rightarrow 2x(3-x^2) \geq 0; \;\; x \geq 0 \wedge \; x \leq \sqrt{3}$ ó $x \leq 0 \wedge \; x \leq -\sqrt{3}$

$concavidad \; hacia \; arriba \; en \; \left(0, \sqrt{3}\right) \wedge \left(-\sqrt{3}, \infty\right)$

c)

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{1+x^2} = 1$$
$$b = \lim_{x\to\infty} y(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{1+x^2} - x = \lim_{x\to\infty} \frac{-1}{1+x^2} = 0$$
$$\therefore \; y = x \; Asintotas \; oblicuas$$

d) $y'(x) = 0 \Rightarrow x^2(x^2+3) = 0 \;\therefore\; x = 0 \; pto \; critico \; y \; como$

$$y''(0) = 0\text{: } no \; hay \; infomación.$$

$$Pero \; la \; función \; es \; impar, luego \; simétrica \; respecto \; del \; origen$$

$$así \; x = 0 \; es \; punto \; de \; inflexión \; y \; tambiem \; x = \pm\sqrt{3}$$

2.- $De \; y = 3x - 5 \;\Rightarrow m = 3 \; ; y'(x) = 2e^x - 3 \; : igualando$

$3 = 2e^x - 3 \Rightarrow x_0 = \ln 3 \; ; \; y_0 = 7 - 3\ln 3 \Rightarrow$

$tangente \; : y - (7 - \ln 27) = 3(x - \ln 3)$

$normal \; : y - (7 - \ln 27) = -\frac{1}{3}(x - \ln 3)$

3.-

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (sec^2\vartheta + 1) d\vartheta = \tan\vartheta + \vartheta /_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 + \frac{\pi}{4}$

b) $I = \int_{-a}^{a} x^3\sqrt{a^2 - x^2}\, dx = 0 \; pues \; la \; función \; es \; impar$

c) $I = \int_0^2 (x^2 - |x-1|) dx = \int_0^1 \left(x^2 + (x-1)\right) dx + \int_1^2 \left(x^2 - (x-1)\right) dx = \frac{8}{3}$

4.- a) Gráfico e intersecciones:$-y = 2y - y^2 \Rightarrow y(y-3) = 0 \;\therefore\; y = 0 \wedge y = 3$

b) $A = \int_0^3 [(2y - y^2) - (-y)] dy = \frac{3y^2}{2} - \frac{y^2}{3} \;/_0^3 = {}^{27}\!/_{6}$