UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y C.C
Prof: Jorge Inostroza L - Coordinador.

CALCULO APLICADO

PRUEBA Nº 4

Solución:

1) a) Continuidad: $\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x,y)$; si x=y → $\lim_{x\to 0}\frac{x^2y^2}{x^2y^2}$=1

Iterando: $\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0} f(x,y)\right)$=$\lim_{x\to 0}$ 0=0 ; discontinua en (0,0).

b) $\frac{df}{dx}(0,0)$=$\lim_{h\to 0}\frac{f(h,0)-f(0,0)}{h}$ = $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}$ = $\nexists$

$\frac{df}{dy}(0,0)$=$\lim_{k\to 0}\frac{f(0,k)-f(0,0)}{k}$ = $\lim_{k\to 0}\frac{1}{k}$ = $\nexists$

c) $\frac{df}{dx}(x,y) = \frac{2xy^2(x^2y^2+(x-y)^2)-x^2y^2(2xy^2+2(x-y))}{(x^2y^2+(x-y)^2)^2}$; $\frac{df}{dx}(1,1) = \frac{2-2}{1} = 0$

$\frac{df}{dy}(x,y) = \frac{2x^2y(x^2y^2+(x-y)^2)-x^2y^2(2x^2y-2(x-y))}{(x^2y^2+(x-y)^2)^2}$; $\frac{df}{dy}(1,1) = \frac{2-2}{1} = 0$

2) $z_y = \frac{1}{1+(y+2y)^2} - 2e^{x-2y}$; $z_{yy} = -2(1+(x+2y)^2)^{-2}(2(x+2y))2 + 4e^{x-2y}$

$z_x = \frac{1}{1+(x+2y)^2} + e^{x-2y}$; $z_{xx} = -(1+(x+2y)^2)^{-2}(2(x+2y)) + e^{x-2y}$

$$z_{yy} = -4\left\{\frac{2(x+2y)}{(1+(x+2y)^2)^2} - e^{x-2y}\right\}$$
$$z_{xx} = -\left\{\frac{2(x+2y)}{(1+(x+2y)^2)^2} - e^{x-2y}\right\}$$
$$z_{yy} = 4z_{xx}$$

3) El valor máximo se da en dirección de $\nabla F(Po)$ y es $\|\nabla F(Po)\|$

$$\nabla F = (2x-8y-8z;\ -8x+2y-8z;\ -8x+2z-8y)_{Po} = (-38;-28;-18)$$

$\frac{dy}{dx_{max}}$=$\sqrt{38^2+28^2+18^2} = \sqrt{2552}$

4) Plano tangente : $(x-x_0)(y_0-z_0^2)+(y-y_0)(x_0+2z_0)+(z-z_0)(2y_0+2xz_0) = C$

$$(x+5)4+(y-5)(-3)+(z-1)20 = 0 \Rightarrow 4x-3y+20z = -1\sqrt{11}$$

Plano Normal: $\frac{(x+5)}{4} = \frac{(y-5)}{-3} = \frac{(z-1)}{20}$

5) $f_x = 0 \Rightarrow 3x^2+18x+15 = 0 \Rightarrow 3(x^2+6x+5) = 0 \Rightarrow 3(x+1)(x+5) = 0 \quad x=-1; x=-5$

$f_y = 0 \Rightarrow 3y^2-6y-9 = 0 \Rightarrow 3(y^2-2y-3) = 0 \Rightarrow 3(y+1)(y-3) = 0 \quad y=-1; y=3$

Por lo tanto (-1,-1);(-1,3);(-5,-1);(-5,3) puntos críticos

$H(x,y) = \begin{vmatrix} 6x+18 & 0 \\ 0 & 6y-6 \end{vmatrix} = 36(x+3)(y-1) \Rightarrow$

$$H(P_1) < 0\ pto\ silla$$
$$H(P_2) > 0 : f_{xx} > 0\ pto\ de\ minimo$$
$$H(P_3) > 0 : f_{yy} < 0\ pto\ de\ máximo$$
$$H(P_4) < 0 : punto\ silla$$