UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y C.C
Prof: Jorge Inostroza L - Coordinador.
CALCULO APLICADO
Examen 1

Solución

1) a) Aplicando el método de la razón

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}(n+1)^2}{(n+1)!} * \frac{n!}{3^n n^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{3(1+\frac{1}{n})}{n} = 0$; converge

b) $\lim_{n\to\infty}\left|\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{n4^n}{(n+1)!4^{n+1}}|x+2| = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{(1+\frac{1}{n})4}|x+2| = \frac{|x+2|}{4}$;

luego converge para $|x+2| < 4$ ó $-6 < x < 2$

en los extremos : i) $x+2 = 4 \Rightarrow \sum\frac{1}{n}; diverge$

ii) $x+2 = -4 \Rightarrow \sum(-1)^n\frac{1}{n}; converge$

luego: $-6 < x < 2$ es el intervalo de convergencia

2) Sea L(x,y,z)= $x^2+y^2+z^2+\lambda(xy^2z^3-2)$; $\left(d(P_0) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)$

$$L_x = 0 \Rightarrow 2x + \lambda y^2z^3 = 0 \quad (1)$$
$$L_y = 0 \Rightarrow 2y + 2\lambda xyz^3 = 0 \quad (2)$$
$$L_z = 0 \Rightarrow 2z + 3\lambda xy^2z^2 = 0 \quad (3)$$

De (1) $\frac{x}{y} = \frac{y}{2x} \Rightarrow y = \pm x\sqrt{2}$

De (3) $\frac{x}{z} = \frac{z}{3x} \Rightarrow z = \pm x\sqrt{3}$

De: $xy^2z^3 - 2 \Rightarrow x2x^2\left(\pm 3\sqrt{3}x^3\right) = 2 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{(3\sqrt{3})^6}; y = \pm\frac{\sqrt{2}}{(3\sqrt{3})^6}; \ z = \pm\frac{\sqrt{3}}{(3\sqrt{3})^6}$

Estos valores son los puntos más cercanos pues el máximo es infinito, teniendo en cuenta que a mayor valor de x,y,z el punto de la superficie es más lejano.

3) a)

b) $V = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}\int_0^{2x-x^2}\frac{2}{x^2}dydx = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}\frac{2(2x-x^2)}{x^2}dx$

$V = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{x}-2\right)dx = 4lnx - 2x|_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} = 4ln3 - 2$

4) $\frac{d\phi}{dx} = e^x \Rightarrow \phi = e^x + k(y,z)$; $\frac{d\phi}{dy} = k_y(y,z) = e^y \Rightarrow k(y,z) = e^y + c(z) \Rightarrow$

$\therefore \phi = e^x + e^y + c(z); \ \frac{d\phi}{dz} = c`(z) = \ e^z \Rightarrow c(z) = e^z$

$\phi = e^x + e^y + e^z$

b) $W = \int_c \ F(p)dp = \phi(2,4,8) - \phi(0,0,0) = e^2 + e^4 + e^8 - 3$