Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
DMCC

Segunda prueba parcial
Cálculo Aplicado Fila A

Santiago, 20 de diciembre de 2011

1) Calcule a) $\int \frac{2x+1}{x^2+3x}dx$ b) $\int x^3 Lnx dx$ c) $\int \frac{e^x}{1+2e^x}dx$

2) Calcule a) $\int sen^2 x \cos^3 x dx$ b) $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}dx$, $|x| \leq 4$ c) $\int \frac{dx}{1-senx}$

3) Considere la función $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2$

a) Intervalos de crecimiento y/o decrecimiento
b) Valores máximos y/o mínimos
c) Concavidad y puntos de inflexión
d) Grafico

4) Un tanque de forma cilíndrica circular recto sin tapa y con base horizontal ha de contener $400\pi \ mt^3$. El material de la base cuesta el doble por metro cuadrado que el del manto (superficie lateral). Calcule las dimensiones del tanque más económico.

Cada pregunta se evalúa con un máximo de 1,5 puntos

Solucionario Fila A

1a)

$$\int \frac{2x+1}{x^2+3x}dx = \int \frac{2x+1}{x(x+3)}dx = \int (\frac{\frac{1}{3}}{x} + \frac{\frac{5}{3}}{x+3})dx = \frac{1}{3}Lnx + \frac{5}{3}Ln(x+3) + K = LnCx^{\frac{1}{3}}(x+3)^{\frac{5}{3}}$$

1b) Con $u = Lnx$ y $dv = x^3dx$ conseguimos $du = \frac{1}{x}dx$ y $v = \frac{x^4}{4}$ de donde

$$\int x^3 Lnxdx = \frac{x^4}{4}Lnx - \int \frac{x^4}{4}\frac{1}{x}dx = \frac{x^4}{4}Lnx - \frac{x^4}{16} + C$$

1c) Con $u = 1 + e^x$ obtenemos $du = e^x dx$ de donde

$$\int \frac{e^x}{1+2e^x}dx = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2}Ln(1+e^x) + C$$

2a) $\int sen^2 x \cos^3 xdx = \int sen^2 x \cos^2 x(\cos xdx) = \int sen^2 x(1 - sen^2 x)(\cos xdx)$

$$= \int (sen^2 x - sen^4 x)(\cos xdx) = \frac{sen^3 x}{3} - \frac{sen^5 x}{5} + C$$

2b). Con $x = 4sent$ conseguimos $x^2 = 16sen^2 t$ y $dx = 4\cos tdt$, asi

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}dx = \int \frac{16sen^2 t\,(4\cos tdt)}{\sqrt{16-16sen^2 t}} = \int \frac{16sen^2 t\,(4\cos tdt)}{4\cos t} = 16\int sen^2 tdt$$

$$= 16\int \frac{1-\cos 2t}{2}dt = 8\int (1-\cos 2t)dt = 8(t - \frac{1}{2}sen2t) + C = 8arcsen\frac{x}{4} - \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2}$$

2c) Con $z = tg\frac{x}{2}$ conseguimos $\int \frac{dx}{1-senx} = \int \frac{\frac{2dz}{1+z^2}}{1-\frac{2z}{1+z^2}} = \int \frac{2dz}{(z-1)^2} = -\frac{2}{z-1} + C = -\frac{2}{tg\frac{x}{2}-1}$

3) Como $f'(x) = x^3 - 3x$ entonces los puntos críticos son $x = 0, x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$

$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	∞
x	-	-	+	+
$x-\sqrt{3}$	-	-	-	+
$x+\sqrt{3}$	-	+	+	+
$f'(x)$	-	+	-	+

a) f es creciente en $(-\sqrt{3},0) \cup (\sqrt{3},\infty)$,) f es decreciente en $(-\infty,-\sqrt{3}) \cup (0,\sqrt{3})$

b) f tiene máximo relativo $f(0)=0$,f tiene mínimo relativo $f(-\sqrt{3})=-\frac{9}{4}, f(\sqrt{3})=-\frac{9}{4}$

c) $f''(x)=3x^2-3$ de donde, los puntos donde la segunda derivada se anula son $x=1, x=-1$

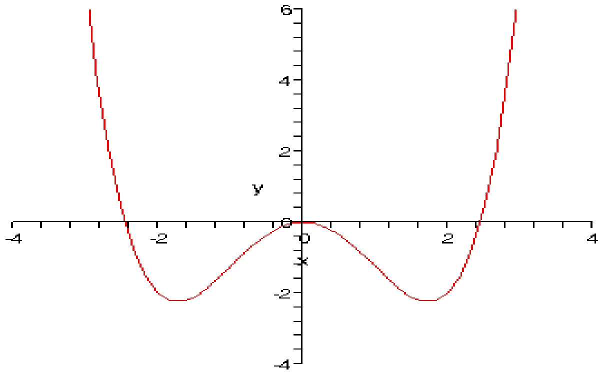
$-\infty$ -1   1 ∞

x -1	-	-	+
$x+1$	-	+	+
$f''(x)$	+	-	+

f es cóncava hacia arriba en $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$,f es cóncava hacia abajo en $(-1,1)$

Como $f''(x)$ cambia de signo alrededor del 1 y del -1 entonces los puntos de inflexión están en $(1, f(1)), (-1, f(-1))$

d)



4) Sean r = radio basal, h = altura del cilindro, P = precio por metro cuadrado del material del manto, entonces queremos costo mínimo bajo la condición

Volumen = $\pi \cdot r^2 h = 400\pi$

Costo = Costo base + costo manto = $\pi \cdot r^2 \cdot 2P + 2\pi \cdot rh \cdot P$ así entonces, el costo en función de r es $C(r)=2P\pi \cdot r^2 + \frac{800P\pi}{r}$

Como $C'(r)=4P\pi \cdot r - \frac{800P\pi}{r^2}$ entonces $r=\sqrt[3]{200}$ es punto critico y como

$C''(r)=4P\pi + \frac{1.600P\pi}{r^3}$, dado que $C''(\sqrt[3]{200})$ es positivo concluimos que, el costo

es mínimo si $r=\sqrt[3]{200}\approx 5{,}84mt$, $h=\frac{400}{(\sqrt[3]{200})^2}\approx 11{,}69mt$